***تمرین (3) ریاضیات I فوق لیسانس***

1. اگر بردارهای $u\_{1},…,u\_{n}\in R^{n}$ دوبدو ارتوگونال باشند، یعنی $\left\{\begin{array}{c}u\_{i}.u\_{j}=0 i\ne j\\u\_{i}.u\_{j}\ne 0 i=j\end{array} i,j=1,…,n\right.$

آیا هر بردار دلخواه $v\in R^{n}$ را می توان به صورت ترکیب خطی از $u$ ها نوشت؟ ضرایب این ترکیب خطی کدامند؟

1. رابطه اي براي عملگر خطي T از R2 به R2 ، و نمايش ماتريسي آن را بيابيد بطوريكه:

الف) بردارهاي (1,3) و (1,4) را به ترتيب به بردارهاي (-2,5) و (3,-1) نگاشت دهد

ب) بردارهاي (2,-4) و (-1,2) را به ترتيب به بردارهاي (1,1) و (1,3) نگاشت دهد

1. تبديل خطي : T : R4 → R3 با نمايش ماتريسي A ، براي هر يك از نمايش هاي زير پايه اي براي فضاي برد و پايه اي براي پوچ فضا (null space) بيابيد. بعد اين فضاها را تعيين كنيد.

$A=\left(\begin{matrix}1&2&3&1\\1&3&5&-2\\3&8&13&-3\end{matrix}\right)$ , $A=\left(\begin{matrix}1&2&0&1\\2&-1&2&-1\\1&-3&2&-2\end{matrix}\right)$ , $A=\left(\begin{matrix}1&0&2&-1\\2&3&-1&1\\-2&0&-5&3\end{matrix}\right)$

1. اگر T عملگر خطي از R2 به R2 باشد و T(x1 , x2)=(x1+2x2 , 3x1+4x2)، براي حالت هاي زير f(T) را بدست آوريد.

i) f(x)=x2+2x-3 ii) f(x)=x2-5x-2

1. براي ماتريس مربعي A=(aij) : nxn ، اگر ماتريس B همان ماتريس A باشد كه سطر iام آن با bi1,bi2,…,bin عوض شده است، نشان دهيد كه دترمينان ماتريس B برابر است با:

$\left|B\right|$=bi1Ai1+bi2Ai2+…+binAin Aij : cofactor

1. بررسی کنید آیا ماتریس A قطری می شود؟ اگر می شود فرم قطری آن چیست؟

A=$\left(\begin{matrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{matrix}\right)$

1. الف) مقادیر ویژه و بردارهای ویژه $\left(\begin{matrix}1&1\\0&1\end{matrix}\right)$ را بدست آورید

ب) ماتریس های متقارن nxn همواره دارای n بردار ویژه مستقل اند که دوبدو بر هم عمودند. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس زیر را بدست آورید.

$$\left(\begin{matrix}3&2&4\\2&0&2\\4&2&3\end{matrix}\right)$$