مکانیک محیط پیوسته I تمرین سری پنجم

1. بردار ورتیسیته $\wideutilde{ω}=\wideutilde{∇}×\wideutilde{v}$ که $\wideutilde{v}$ بردار سرعت است،

در یک حرکت غیرچرخشی $\wideutilde{ω}=0$ ، سرعت از تابع اسکالر $ϕ=ϕ(x\_{i},t)$ قابل استخراج است یعنی $v\_{i}=ϕ\_{,i}$ ، اولا ثابت کنید:

$$\dot{v}\_{i}=[\frac{∂ϕ}{∂t}+\frac{1}{2}ϕ\_{,j}ϕ\_{,j}]\_{,i}$$

ثانیا، با فرض ثابت بودن دانسیته، ثابت کنید برای حرکت فوق :

$$∇^{2}ϕ=ϕ\_{,ii}=0$$

ثالثا، برای حرکت چرخشی، نشان دهید که شتاب :

$$\wideutilde{a}=\frac{∂\wideutilde{v}}{∂t}+\wideutilde{ω}×\wideutilde{v}+\frac{1}{2}\wideutilde{∇}v^{2}$$

که $v$ اندازه سرعت است.

1. *با توجه به اینکه تنسور تنش کوشی* $t\_{ij}$ *حقیقی و متقارن است، مقادیر ویژه آن* $σ\_{1}≽σ\_{2}≽σ\_{3}$ *می باشند و بردارهای یکه در سه جهت اصلی عمود بر هم آن را با* $\hat{\wideutilde{e}}\_{1}$ *و* $\hat{\wideutilde{e}}\_{2}$ *و* $\hat{\wideutilde{e}}\_{3}$ *نشان می دهیم، صفحه ای را که عمود بر آن* $\hat{\wideutilde{n}}=\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{\wideutilde{e}}\_{1}+\hat{\wideutilde{e}}\_{2}+\hat{\wideutilde{e}}\_{3})$ *باشد بنام صفحه هشت وجهی* Octahedral Plane *خوانده می شود. نشان دهید بردار تنش (تراکشن) روی این صفحه عبارت است از:*

$$\wideutilde{t}(\hat{\wideutilde{n}})=\frac{1}{\sqrt{3}}(σ\_{1}\hat{\wideutilde{e}}\_{1}+σ\_{2}\hat{\wideutilde{e}}\_{2}+σ\_{3}\hat{\wideutilde{e}}\_{3})$$

ثانیا، اگر $σ\_{N}$ مولفه عمودی این بردار باشد $σ\_{N}=\wideutilde{t}\left(\hat{\wideutilde{n}}\right).\hat{\wideutilde{n}}$ ثابت کنید : $σ\_{N}=\frac{1}{3}t\_{ii}$

ثالثا، از آنجا مولفه مماسی (برشی) $\wideutilde{t}\left(\hat{\wideutilde{n}}\right)$ را روی این صفحه بدست آورید و ثابت کنید:

$$σ\_{s}=σ\_{oct}=\frac{1}{3}[\left(σ\_{1}-σ\_{2}\right)^{2}+\left(σ\_{2}-σ\_{3}\right)^{2}+(σ\_{3}-σ\_{1})^{2}]^{1/2}$$

1. نشان دهید بردار شار حرارتی $\wideutilde{q}$ ، objective است.