مکانیک محیط پیوسته I تمرین سری دوم

1. برای تابع اسکالری : $ϕ=\tilde{ϕ}\left(\wideutilde{x},t\right)=\hat{ϕ}\left(\wideutilde{X},t\right)$ ثابت کنید:

$$\dot{(ϕ\_{,k})}=\left(\dot{ϕ}\right)\_{,k}-ϕ\_{,j}v\_{j,k}$$

1. اگر $J=det\wideutilde{F}=det⁡(x\_{i,A})$ باشد، ثابت کنید:

$$i) J=\frac{1}{6}ϵ\_{ijk}ϵ\_{ABC}⁡x\_{i,A}x\_{j,B}x\_{k,C}$$

$$ii) \frac{∂J}{∂(x\_{i,A})}=JX\_{A,i}$$

$$iii) \dot{J}=Jdiv\wideutilde{\dot{x}}=Jdiv \wideutilde{v}=Jv\_{k,k}$$

1. نشان دهید اگر $dV$ المان حجم در هیئت مرجع باشد و همین کمیت را در هیئت فعلی با $dϑ$ نشان دهیم، آنگاه:

$$dϑ=JdV$$

1. برای تغییر فرمی که به شکل زیر داده شده است :

$$x\_{1}=X\_{1} x\_{2}=X\_{2} x\_{3}=X\_{3}+kX\_{2}^{2}$$

اولا : مولفه های $C\_{AB}$ و $c\_{ij}$ را بدست آورید

ثانیا : اتساع (stretch) المان خطی $d\wideutilde{x}$ در نقطه $\wideutilde{x}$ و در جهت $\wideutilde{n}$ را پیدا کنید. $\wideutilde{x}$ و $\wideutilde{n}$ بصورت زیر می باشند :

$$x\_{1}=0 , x\_{2}=1 , x\_{3}=1$$

$$n\_{1}=0 , n\_{2}=n\_{3}=1/\sqrt{2}$$

1. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس زیر را پیدا کنید. و توضیح دهید چگونه این ماتریس قابل قطری شدن است؟

$$\left(\begin{matrix}-1&3&-1\\-3&5&-1\\-3&3&1\end{matrix}\right)$$